

Různé kvadratické rovnice

Tematická oblast	Matematika – rovnice
Datum vytvoření	20. 8. 2012
Ročník	4. ročník osmiletého G
Stručný obsah	Příklady na řešení obtížnějších kvadratických rovnic
Způsob využití	Prezentace slouží k samostatné práci žáků. Obsahuje zadání a kompletní řešení včetně zkoušky.
Autor	Mgr. Sylva Potůčková
Kód	VY_32_INOVACE_22_MPOT09

Řešte dané rovnice, potom si
zkontrolujte jejich řešení a proved'te
zkoušku:

$$1. \frac{x+5}{x+3} - \frac{2x}{x^2-9} - \frac{8}{x-3} = \frac{1}{x+3}$$

$$2. \frac{2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-x-6} = \frac{2}{x+2} \cdot \frac{x^2}{x-3} - 2$$

Řešení 1. rovnice:

$$\frac{x+5}{x+3} - \frac{2x}{x^2-9} - \frac{8}{x-3} = \frac{1}{x+3}$$

$$(x+5) \cdot (x-3) - 2x - 8 \cdot (x+3) = x-3$$

$$x^2 + 5x - 3x - 15 - 2x - 8x - 24 = x - 3$$

$$x^2 - 8x - 39 = x - 3$$

$$x^2 - 9x - 36 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 36}}{2}$$

$$x_1 = \frac{9 + 15}{2} = 12$$

$$x_2 = \frac{9 - 15}{2} = -3$$

podmínka: $x \neq \pm 3$

$$x = 12$$

Zkouška 1. rovnice

$$\begin{aligned} L(12) &= \frac{12+5}{12+3} - \frac{2 \cdot 12}{12^2-9} - \frac{8}{12-3} \\ &= \frac{17}{15} - \frac{24}{135} - \frac{8}{9} = \frac{153-24-120}{135} \\ &= \frac{9}{135} = \frac{1}{15} \end{aligned}$$

$$P(12) = \frac{1}{12+3} = \frac{1}{15}$$

$$L = P$$

Řešení 2. rovnice:

$$\begin{aligned} \frac{2}{x^2 - 4} + \frac{2}{x^2 - 5x + 6} + \frac{1}{x^2 - x - 6} &= \frac{2}{x + 2} \cdot \frac{x^2}{x - 3} - 2 \\ \frac{2}{(x - 2) \cdot (x + 2)} + \frac{2}{(x - 2) \cdot (x - 3)} + \frac{1}{(x - 3) \cdot (x + 2)} &= \frac{2x^2}{(x - 3) \cdot (x + 2)} - 2 \\ 2 \cdot (x - 3) + 2 \cdot (x + 2) + (x - 2) &= 2x^2 \cdot (x - 2) - 2 \cdot (x + 2) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \\ 2x - 6 + 2x + 4 + x - 2 &= 2x^3 - 4x^2 - 2x^3 + 6x^2 + 8x - 24 \\ 5x - 4 &= 2x^2 + 8x - 24 \\ 2x^2 + 3x - 20 &= 0 \\ x_{1,2} &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 40}}{2 \cdot 2} \\ x_1 &= \frac{-3 + 13}{4} = \frac{5}{2} \\ x_2 &= \frac{-3 - 13}{4} = -4 \\ \text{podmínka: } x &\neq \pm 2, x \neq 3 \\ x_1 &= \frac{5}{2}; x_2 = -4 \end{aligned}$$

Zkouška 2. rovnice

$$\begin{aligned} L\left(\frac{5}{2}\right) &= \frac{2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4} + \frac{2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) + 6} + \frac{1}{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right) - 6} \\ &= \frac{2}{\frac{25}{4} - \frac{16}{4}} + \frac{2}{\frac{25}{4} - \frac{25}{2} + 6} + \frac{1}{\frac{25}{4} - \frac{5}{2} - 6} \\ &= \frac{2}{\frac{9}{4}} + \frac{25 - 50 + 24}{4} + \frac{25 - 10 - 24}{4} \\ &= \frac{8}{9} + \frac{8}{-1} + \frac{4}{-9} = \frac{8 - 72 - 4}{9} = \frac{-68}{9} \end{aligned}$$

Zkouška 2. rovnice

$$\begin{aligned} P\left(\frac{5}{2}\right) &= \frac{2}{\left(\frac{5}{2}\right) + 2} \cdot \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^2}{\left(\frac{5}{2}\right) - 3} - 2 = \frac{2}{\frac{5+4}{2}} \cdot \frac{\frac{25}{4}}{\frac{5-6}{2}} - 2 \\ &= \frac{4}{9} \cdot \frac{50}{-4} - 2 = \frac{-50}{9} - \frac{18}{9} = \frac{-68}{9} \end{aligned}$$

$$L = P$$

Zkouška 2. rovnice

$$L(-4)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{(-4)^2 - 4} + \frac{2}{(-4)^2 - 5 \cdot (-4) + 6} \\ &\quad + \frac{1}{(-4)^2 - (-4) - 6} \\ &= \frac{2}{16 - 4} + \frac{2}{16 + 20 + 6} + \frac{1}{16 + 4 - 6} \\ &= \frac{2}{12} + \frac{2}{42} + \frac{1}{14} = \frac{7 + 2 + 3}{42} = \frac{7}{7} \end{aligned}$$

Zkouška 2. rovnice

$$\begin{aligned} P(-4) &= \frac{2}{(-4) + 2} \cdot \frac{(-4)^2}{(-4) - 3} - 2 \\ &= \frac{2}{-2} \cdot \frac{16}{-7} - 2 = \frac{16}{7} - \frac{14}{7} = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

$$L = P$$