

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Kmitání s nenulovou počáteční fází - úlohy

Tematická oblast	FYZIKA – Kmitání, vlnění a elektřina
Datum vytvoření	23. 8. 2012
Ročník	2. ročník čtyřletého a 6. ročník osmiletého studia gymnázia
Stručný obsah	Úlohy k procvičení vztahů mezi veličinami popisujícími kmitavý pohyb
Způsob využití	Postupným procházením stránek zadáváme žákům úkoly, které řeší nejprve samostatně. Pak provádíme rozbor a kontrolu jejich řešení.
Autor	Mgr. Petr Zezulka
Kód	VY_32_INOVACE_28_FZEZ12

VYŘEŠTE NÁSLEDUJÍCÍ ÚLOHY:

1. Hmotný bod kmitá harmonicky s amplitudou výchylky 6 cm, periodou 0,2 s a s počáteční fází $\frac{\pi}{3}$.
Určete okamžitou výchylku v časech 0 s a 0,04 s.

Rovnice pro okamžitou výchylku harmonického pohybu s nenulovou počáteční fází je: $y = y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$

$$t_1 = 0 \text{ s}$$

$$\{y_1\} = 0,06 \cdot \sin\left(\omega \cdot 0 + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y_1 = 5,20 \text{ cm}$$

$$t_2 = 0,04 \text{ s}$$

$$\{y_2\} = 0,06 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,2} \cdot 0,04 + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y_2 = 4,46 \text{ cm}$$

2. Hmotný bod vykoná 135 kmitů za minutu. Vypočítejte, s jakou počáteční fází hmotný bod kmitá, jestliže dosáhl kladné amplitudy výchylky za dobu 0,25 s od počátečního okamžiku.

Vyjdeme z rovnice:

$$y = y_m \sin (\omega t + \varphi_0)$$

$$y = y_m \sin (2 \pi f t + \varphi_0)$$

$$y = y_m \sin (2 \pi \frac{N}{\tau} t + \varphi_0),$$

kde $\tau = 1 \text{ min}$

Po dosazení:

$$y_m = y_m \sin (2 \pi \frac{135}{60} \cdot 0,25 + \varphi_0)$$

$$\sin \left(\frac{9 \pi}{8} + \varphi_0 \right) = 1$$

$$\frac{9 \pi}{8} + \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_0 = \frac{4 - 9}{8} \pi = -\frac{5}{8} \pi$$

3. Určete amplitudu výchylky hmotného bodu, který kmitá s počáteční fází $\frac{\pi}{9}$, jestliže je jeho okamžitá výchylka v počátečním okamžiku 4,4 cm.

Z rovnice okamžité výchylky $y = y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$
vyjádříme amplitudu y_m : $y_m = \frac{y}{\sin(\omega t + \varphi_0)}$

Dosadíme hodnoty
ze zadání:

$$y_m = \frac{4,4}{\sin(\omega \cdot 0 + \frac{\pi}{9})} \text{ cm}$$

$$y_m = 12,9 \text{ cm}$$

Amplituda výchylky hmotného bodu je přibližně 12,9 cm.

4. Hmotný bod kmitá harmonicky a jeho okamžitá výchylka závisí na čase podle rovnice: $y = 0,08 \sin(14 \pi t + \frac{\pi}{12})$.

Vypočítejte: a) kolik kmitů vykoná hmotný bod za minutu
b) za jak dlouho od počátečního okamžiku bude jeho okamžitá výchylka rovna polovině amplitudy?

a) Porovnáním zadané rovnice s rovnicí $y = y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$ zjistíme, že:

$$\omega = 14 \pi$$

$$2 \pi f = 14 \pi$$

$$f = 7 \text{ Hz} = 7 \text{ kmitů za sekundu}$$

$$f = 420 \text{ kmitů za minutu}$$

Hmotný bod vykoná 420 kmitů za minutu.

b) Za okamžitou výchylku y dosadíme hodnotu $\frac{1}{2} y_m = 4 \text{ cm}$

$$0,04 = 0,08 \sin \left(14 \pi t + \frac{\pi}{12} \right)$$

$$\sin \left(14 \pi t + \frac{\pi}{12} \right) = \frac{1}{2}$$

$$14 \pi t + \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

$$14 \pi t = \frac{2\pi - \pi}{12}$$

$$14 t = \frac{1}{12}$$

$$t = \frac{1}{168} \text{ s}$$

Za $\frac{1}{168} \text{ s}$ od počátečního okamžiku bude okamžitá výchylka hmotného bodu rovna polovině amplitudy.