

T É M A : KINEMATIKA KMITAVÉHO POHYBU – ŘEŠENÍ ÚLOH

Vypracoval/a:

Třída:

Spolupracoval/a:

Datum:

ANOTACE:

Žáci si zopakují vztahy pro fyzikální veličiny popisující kmitavý pohyb. Procvičí si úpravy rovnic a goniometrických výrazů. Naučí se řešit složitější úlohy patřící do kinematiky kmitavého pohybu.

TEORIE:

Kinematika kmitavého pohybu se zabývá fyzikálními veličinami, které tento pohyb popisují.

Jsou to: okamžitá výchylka, perioda, frekvence, úhlová rychlost (úhlová frekvence), fáze, počáteční fáze, rychlost, zrychlení a další. Kinematika nesleduje příčinu pohybu – sílu. Tu zkoumá dynamika kmitavého pohybu. Pokud je těleso v počátečním okamžiku ($t = 0$) v rovnovážné poloze ($y = 0$), pak okamžitá výchylka jeho harmonického kmitavého pohybu je vyjádřena rovnicí:

$$y = y_m \sin \omega t = y_m \sin 2 \pi f t$$

y ... **okamžitá výchylka** harmonického pohybu

y_m ... **maximální výchylka** harmonického pohybu

(amplituda výchylky)

ω ... **úhlová frekvence** (rychlost) harmonického pohybu

$$\omega = 2 \pi f$$

f ... frekvence harmonického pohybu

$$\omega = \frac{2 \pi}{T}$$

T ... perioda harmonického pohybu

$$f = \frac{1}{T}$$

vztah mezi frekvencí a periodou
harmonického pohybu

Výraz $v_m = \omega y_m$ má význam maximální hodnoty rychlosti, kterou nazýváme **amplituda rychlosti**.

Okamžitá rychlost kmitavého pohybu je první derivací okamžité výchylky podle času; platí: $v = \frac{dy}{dt}$.

Pro okamžité zrychlení kmitavého pohybu s nulovou počáteční fází platí: $a = -\omega^2 y_m \sin \omega t$.

Výraz $a_m = \omega^2 y_m$ má význam maximální hodnoty zrychlení, kterou nazýváme **amplituda zrychlení**.

Okamžité zrychlení kmitavého pohybu je druhou derivací okamžité výchylky podle času; platí: $a = \frac{d^2y}{dt^2}$.

Můžeme je také vyjádřit jako první derivaci okamžité rychlosti podle času; platí: $a = \frac{dv}{dt}$

Ze vztahu pro okamžité zrychlení je vidět, že je přímo úměrné okamžité výchylce a má v každém okamžiku opačný směr, což je v rovnici vyjádřeno znaménkem mínus.

VYPRACOVÁNÍ:

1. Harmonický kmitavý pohyb je popsán rovnicí pro okamžitou výchylku: $y = 3 \cdot 10^{-2} \sin 16 \pi t$.

Zjistěte: a) amplitudu **výchylky**, frekvenci, periodu a okamžitou výchylku v časech 0,05 s a 0,1 s.

b) rovnici pro **okamžitou rychlost** kmitavého pohybu, amplitudu rychlosti a okamžitou hodnotu rychlosti v časech 0,05 s a 0,1 s.

c) rovnici pro **okamžité zrychlení** kmitavého pohybu, amplitudu zrychlení a okamžitou hodnotu zrychlení v časech 0,05 s a 0,1 s.

2. Hmotný bod kmitá harmonicky s amplitudou výchylky 8 cm. Určete frekvenci a periodu kmitání, jestliže v čase 8 ms byla okamžitá výchylka hmotného bodu rovna 8 mm (okamžitá výchylka v počátečním okamžiku je 0).
Do rovnice pro okamžitou výchylku dosadíme zadané údaje a odvodíme frekvenci:

3. Hmotný bod kmitá harmonicky s nulovou počáteční fází a s periodou 4 s. Vyjádřete velikost okamžité rychlosti a okamžitého zrychlení jako funkci amplitudy výchylky v nejmenším možném čase, kdy je jeho okamžitá výchylka rovna dvěma pětinaám amplitudy.

Předešlé úlohy se týkaly kmitání hmotného bodu s nulovou počáteční fází. Znamenalo to, že v počátečním okamžiku, kdy $t = 0$, je okamžitá výchylka $y = 0$.

Může samozřejmě nastat situace, kdy v počátečním okamžiku má hmotný bod nenulovou okamžitou výchylku. Říkáme, že kmitá s nenulovou počáteční fází.

Jak se změní rovnice pro okamžitou výchylku?

$$y = y_m \sin \omega(t + t_0)$$

$$y = y_m \sin (\omega t + \omega t_0)$$

$$y = y_m \sin (\omega t + \varphi_0) \text{ kde } \varphi_0 \text{ je počáteční fáze kmitání}$$

4. Hmotný bod vykoná 84 kmitů za 1,2 min. Určete, s jakou počáteční fází hmotný bod kmitá, jestliže dosáhl kladné amplitudy výchylky za dobu 0,08 s od počátečního okamžiku.

5. Okamžitá výchylka hmotného bodu kmitajícího harmonicky se řídí rovnicí: $y = y_m \sin(10\pi t + \frac{\pi}{12})$.

Za jakou nejkratší dobu od počátečního okamžiku ($t = 0$) bude jeho okamžitá výchylka rovna polovině amplitudy?

6. Vypočítejte dobu, za kterou harmonicky kmitající hmotný bod urazí při pohybu z rovnovážné polohy první polovinu amplitudy a druhou polovinu amplitudy. Perioda kmitání hmotného bodu je 0,2 s.

7. V obloukové i stupňové míře určete fázi hmotného bodu, který kmitá harmonicky s nulovou počáteční fází a s frekvencí 2 Hz. Od začátku kmitání uplynula doba 40 ms.

8. Napište rovnici pro okamžitou výchylku harmonického kmitavého pohybu hmotného bodu, jestliže kmitá s amplitudou 2 dm, s periodou 800 ms a s počáteční fází 36^0 . Dále určete hodnotu okamžité výchylky v čase 120 ms od počátečního okamžiku.

9. Hmotný bod kmitá harmonicky s amplitudou výchylky 18 mm a s periodou 0,28 s. Vypočítejte amplitudu rychlosti a zrychlení.

TEST Z TEORIE – KINEMATIKA KMITAVÉHO POHYBU

1. Perioda harmonického kmitavého pohybu hmotného bodu:

- a) ovlivňuje okamžitou výchylku, neovlivňuje však okamžitou rychlost kmitajícího bodu
- b) je přímo úměrná frekvenci kmitání
- c) je převrácenou hodnotou frekvence kmitání
- d) ovlivňuje okamžitou výchylku, neovlivňuje však fázi kmitání hmotného bodu.

2. Amplituda zrychlení kmitavého pohybu hmotného bodu:

- a) je součinem amplitudy výchylky a úhlové rychlosti
- b) má vždy opačný směr než okamžitá výchylka
- c) je podílem amplitudy výchylky a úhlové rychlosti
- d) je přímo úměrná amplitudě výchylky

3. Jednotkou fáze kmitavého pohybu hmotného bodu je:

- a) sekunda b) hertz c) radián d) fáze je bez jednotky

4. Rychlost harmonického kmitavého pohybu hmotného bodu je:

- a) konstantní b) lineární funkcí času
- c) kvadratickou funkcí času d) harmonickou funkcí času

5. Kmitavý pohyb hmotného bodu je vždy:

- a) rovnoměrný b) nerovnoměrný
- c) harmonický d) neharmonický

6. Amplituda rychlosti kmitavého pohybu hmotného bodu je vždy:

- a) nejvyšší možnou rychlostí daného kmitán
- b) nezávislá na amplitudě výchylky
- c) menší než amplituda výchylky
- d) větší než amplituda výchylky

7. Hmotný bod koná harmonický kmitavý pohyb s nulovou počáteční fází. Které veličiny mají vždy vzhledem k sobě opačný směr?

- a) okamžitá výchylka a okamžitá rychlost
- b) okamžitá výchylka a okamžité zrychlení
- c) okamžitá výchylka a okamžitá fáze
- d) okamžité zrychlení a okamžitá fáze

8. Ve které rovnici vystupuje kosinus fáze kmitavého pohybu?

- a) v rovnici pro okamžitou výchylku
- b) v rovnici pro okamžitou rychlost
- c) v rovnici pro okamžité zrychlení
- d) v rovnici pro amplitudu zrychlení

SEZNAM ZDROJŮ:

- [01] Svoboda Emanuel a kol.: Přehled středoškolské fyziky, 3. vydání. Prometheus Praha, 1996
ISBN 80-7196-116-7
- [02] Lepil Oldřich: Fyzika pro gymnázia – Mechanické kmitání a vlnění, 3. vydání. Prometheus Praha, 2001
ISBN 80-7196-216-3
- [03] Bartuška Karel: Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy 2. část, 1. vydání. Prometheus Praha, 1997
ISBN 80-7196-034-9
- [05] Nahodil Josef: Fyzika v běžném životě, 1. vydání. Prometheus Praha, 1996
ISBN 80-7196-005-5
- [06] Kubínek Roman, Kolářová Hana: Fyzika v příkladech a testových otázkách pro uchazeče o studium na VŠ, 1. vydání. Rubico Olomouc, 1996
ISBN 80-85839-07-5

METODICKÝ LIST

Název školy	Gymnázium a Jazyková škola Zlín
Autor	Mgr. Petr Zezulka
Vzdělávací oblast	Kinematika kmitavého pohybu
Vzdělávací obor	Fyzika
Tematický okruh	Mechanické kmitání
Druh učebního materiálu	Laboratorní cvičení – učitel
Cílová skupina	Žák, 17 – 19 let
Anotace	Pracovní list je určen do výuky žákům - podklad pro laboratorní cvičení z fyziky. Informace žák čerpá z vlastních poznámek, odborné literatury a internetu. Náplň: řešení úloh z kinematiky kmitavého pohybu