

# T É M A : URČENÍ VÝTOKOVÉ RYCHLOSTI KAPALINY

Vypracoval/a:

Třída:

Spolupracoval/a:

Datum:

## ANOTACE:

Cílem laboratorní práce je určit velikost rychlosti kapaliny, která vytéká otvorem v nádobě. Žáci změří tuto veličinu různými způsoby: užitím Bernoulliovy rovnice, pomocí rovnice spojitosti toku a podle vztahů pro vodorovný vrh hmotného bodu. Dostanou-li přitom různé výsledky měření, fyzikálním rozбором měřicích metod se pokusí určit, který výsledek je nejpřesnější.

## TEORIE:

### PROUDĚNÍ KAPALIN A PLYNŮ

O **proudění** mluvíme, jestliže převažuje pohyb kapalin nebo plynů v jednom směru.

Je-li rychlost částic, které procházejí libovolně zvoleným místem proudící tekutiny stálá, tedy se s časem nemění, jde o **ustálené (stacionární) proudění**. Trajektorie částic proudící tekutiny se znázorňují **proudnicemi**. Jsou to myšlené čáry, jejichž tečny v libovolném bodě mají směr rychlosti pohybující se částice. Tyto proudnice se nemohou navzájem protínat a každým bodem proudící tekutiny prochází při ustáleném proudění jen jedna proudnice.

**Objemový průtok**  $Q_V$  kapaliny vyjadřuje objem kapaliny, která proteče daným průřezem trubice za 1 sekundu.

$$Q_V = \frac{V}{t}$$

**Objemový průtok** lze vyjádřit pomocí obsahu průřezu trubice, kterým kapalina protéká danou rychlostí:

$$Q_V = S \cdot v$$

**Ideální kapalina** je dokonale nestlačitelná. Nemůže se proto při proudění v žádném místě trubice hromadit. Z toho vyplývá, že každým průřezem trubice proteče za stejnou dobu kapalina stejného objemu. Znamená to, že v každém průřezu trubice je **objemový průtok kapaliny konstantní**.

$$Q_V = \frac{V}{t} = S \cdot v = \text{konst.}$$

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

Předešlý vztah nazýváme **rovnice spojitosti toku** nebo také **rovnice kontinuity**.

Při ustáleném proudění ideální kapaliny jsou obsah průřezu trubice a velikost rychlosti proudící kapaliny v tomto průřezu nepřímo úměrné:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

V širším průřezu trubice proudí kapalina menší rychlostí než v užším průřezu, proto v širší části trubice má kapalina menší kinetickou energii než v její užší části.

**Podle zákona mechanické energie** platí:  $E = E_k + E_p = \text{konst.}$ , kde  $E_k$  je kinetická energie kapaliny a  $E_p$  je potenciální tlaková energie kapaliny.

**Kinetickou energii** kapaliny vypočítáme podle vztahu:  $E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \rho V v^2$

**Potenciální tlakovou energii** proudící kapaliny určíme podle mechanické práce, kterou vykoná tlaková síla, posune-li ve vodorovném potrubí píst o určitém obsahu o určitou délku:

$$E_p = W = F \cdot l = p \cdot S \cdot l = p \cdot V$$

Po dosazení vztahů do zákona zachování energie dostaneme:

$$\frac{1}{2} \rho V v^2 + p \cdot V = \text{konst.}$$

Celou rovnici vydělíme objemem kapaliny a získáme rovnici:  $\frac{1}{2} \rho v^2 + p = \text{konst.}$

První člen vyjadřuje kinetickou energii kapaliny jednotkového objemu a druhý člen vyjadřuje tlakovou potenciální energii kapaliny jednotkového objemu. Tato rovnice se nazývá **Bernoulliova rovnice**.

Tuto rovnici zapisuje obvykle ve tvaru pro vodorovnou trubici se dvěma různě velkými průřezy:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2$$

Ze zákona zachování mechanické energie pro proudění ideální kapaliny ve vodorovném potrubí lze odvodit, že v užší části potrubí má kapalina větší rychlost, větší kinetickou energii, ale menší tlak (menší tlakovou potenciální energii).

Ze zákona zachování mechanické energie lze také odvodit **rychlost kapaliny vytékající otvorem v nádobě** následujícím způsobem:

Poblíž otvoru v hloubce  $h$  pod povrchem kapaliny se mění tlaková potenciální energie  $E_p = p V = h \rho g V$  na kinetickou energii  $E_k = \frac{1}{2} \rho V v^2$ .

Úbytek potenciální tlakové energie musí být stejně velký jako přírůstek kinetické energie:

$$h \rho g V = \frac{1}{2} \rho V v^2$$

$$2 h g = v^2$$

$$v = \sqrt{2 h g}$$

Z odvozeného vztahu vidíme, že rychlost vytékající kapaliny je větší u otvoru, který je ve větší hloubce.

Při velkém zúžení trubice, kdy rychlost proudící kapaliny nabývá značných hodnot, může dojít k situaci, kdy tlak klesne na hodnotu menší než je hodnota atmosférického tlaku. V zúženém místě trubice tak vzniká **podtlak**. Podtlak vzniká také u proudících plynů.

Podtlaku se využívá například u vodní vývěvy, u rozprašovače, stříkácí pistole.

## PŘÍPRAVA:

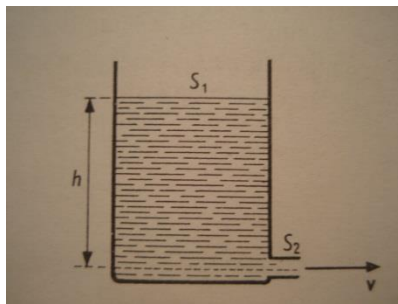
1. Zopakujte si učivo: Hydrodynamika kapalin, rovnice spojitosti toku a Bernoulliova rovnice, vodorovný vrh
2. Při laboratorním měření můžete postupovat tak, abyste při každém měření změřili všechny veličiny potřebné k výpočtu velikosti výtokové rychlosti pomocí všech tří metod.

## ÚKOL Č. 1:

Změřte velikost výtokové rychlosti vody užitím Bernoulliovy rovnice

### POMŮCKY:

Válcová nádoba s otvorem, stopky, posuvné měřítko, podstavec pod nádobu, fotografická miska, nádoba s vodou



### POSTUP:

1. K určení výtokové rychlosti použijte nádobu tvaru válce s podstavou, jejíž plošný obsah označte  $S_1$ .
2. Ve spodní části nádoby vodorovně umístěte trubičku, jejíž průřez bude mít plošný obsah označený  $S_2$  (je mnohem menší než  $S_1$ ).
3. Trubičku uzavřete zátkou.
4. Nádobu naplňte vodou tak, aby hladina vody byla ve výšce  $h_1$  nad podélnou osou trubičky.
5. Jakmile odstraníte zátku, začne z trubičky vytékat voda.
6. Podle vztahu odvozeného z Bernoulliovy rovnice vypočítejte velikost výtokové rychlosti  $v$ .
7. Proveďte alespoň pět měření při různých výškách  $h_1$ .
8. Pozorujte, jak závisí velikost výtokové rychlosti na výšce  $h_1$ .

### VYPRACOVÁNÍ:

Poblíž otvoru v hloubce  $h$  pod povrchem kapaliny se mění tlaková potenciální energie  $E_p = \rho V g h$  na kinetickou energii  $E_k = \frac{1}{2} \rho V v^2$ .

Úbytek potenciální tlakové energie musí být stejně velký jako přírůstek kinetické energie:

$$\begin{aligned} \rho g h V &= \frac{1}{2} \rho V v^2 \\ &= v^2 \end{aligned}$$

$$v =$$

Z odvozeného vztahu vidíme, že rychlost vytékající kapaliny je větší u otvoru, který je v ..... hloubce.

### TABULKA:

| číslo měření | $h_1/\text{cm}$ | $v/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ |
|--------------|-----------------|----------------------------------|
| 1            |                 |                                  |
| 2            |                 |                                  |
| 3            |                 |                                  |
| 4            |                 |                                  |
| 5            |                 |                                  |

Závěr:

## ÚKOL Č. 2:

Změřte velikost výtokové rychlosti vody užitím rovnice kontinuity (rovnice spojitosti toku)

### POMŮCKY:

Válcová nádoba s otvorem, stopky, posuvné měřítko, podstavec pod nádobu, fotografická miska, nádoba s vodou

### POSTUP:

1. K určení výtokové rychlosti použijte opět nádobu tvaru válce s podstavou, jejíž plošný obsah označte  $S_1$ .
2. Před naplněním nádoby vodou změřte vnitřní průměr  $d_1$  nádoby.
3. Ve spodní části nádoby vodorovně umístěte opět trubičku, jejíž průřez bude mít plošný obsah označený  $S_2$ .
4. Změřte vnitřní průměr výtokové trubičky. Označte jej  $d_2$ .
5. Trubičku uzavřete zátkou.
6. Nádobu naplňte vodou tak, aby hladina vody byla ve výšce  $h_1$  nad podélnou osou trubičky.
7. Jakmile odstraníte zátku, začne z trubičky vytékat voda.
8. Vodu nechte vytékat po dobu  $t$  (volte přibližně 5 s až 10 s).
9. Místo, kam dopadl vodní paprsek, označte tužkou.
10. Označte také výšku  $h'_1$  hladiny vody po uplynutí času  $t$ .
11. Určete rychlost  $v_0$  klesání hladiny v nádobě:  $v_0 = \frac{h_1 - h'_1}{t}$
12. Podle vztahu odvozeného z rovnice kontinuity vypočítejte velikost výtokové rychlosti  $v$ .
13. Proveďte alespoň pět měření při různých hodnotách času  $t$  a výšky  $h_1$ .

### VYPRACOVÁNÍ:

$$S_1 \cdot v_0 = S_2 \cdot v_2$$

$$v_2 =$$

### TABULKA:

| číslo měření | $d_1/\text{cm}$ | $S_1/\text{m}^2$ | $d_2/\text{cm}$ | $S_2/\text{m}^2$ | $h'_1/\text{cm}$ | $h_1 - h'_1/\text{cm}$ | $t/\text{s}$ | $v_0/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ | $v/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ |
|--------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------------|--------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1            |                 |                  |                 |                  |                  |                        |              |                                  |                                |
| 2            |                 |                  |                 |                  |                  |                        |              |                                  |                                |
| 3            |                 |                  |                 |                  |                  |                        |              |                                  |                                |
| 4            |                 |                  |                 |                  |                  |                        |              |                                  |                                |
| 5            |                 |                  |                 |                  |                  |                        |              |                                  |                                |

Závěr:

### ÚKOL Č. 3:

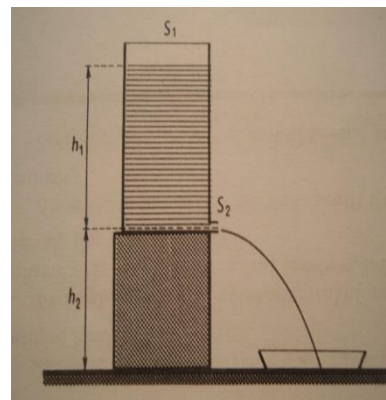
Změřte velikost výtokové rychlosti vody užitím vztahů pro vodorovný vrh

#### POMŮCKY:

Válcová nádoba s otvorem, stopky, posuvné měřítko, podstavec pod nádobu, fotografická miska, nádoba s vodou

#### POSTUP:

1. K určení výtokové rychlosti použijte opět nádobu tvaru válce s podstavou, jejíž plošný obsah označte  $S_1$ .
2. Ve spodní části nádoby vodorovně umístěte opět trubičku, jejíž průřez bude mít plošný obsah označený  $S_2$ .
3. Trubičku uzavřete zátkou.
4. Postavte nádobu na vhodný podstavec tak, aby podélná osa trubičky byla ve výšce  $h_2$  nad vodorovnou deskou stolu.
5. Nádobu naplňte vodou tak, aby hladina vody byla ve výšce  $h_1$  nad podélnou osou trubičky.
6. Jakmile odstraníte zátku, začne z trubičky vytékat voda.
7. Místo, kam dopadl vodní paprsek, označte tužkou.
8. Změřte délkovým měřidlem vzdálenost místa dopadu vodního paprsku od paty nádoby (tato vzdálenost odpovídá délce vodorovného vrhu). Označte ji  $l$ .
9. Změřte výšku  $h_2$  podélné osy trubičky nad vodorovnou deskou stolu.
10. Podle vztahu odvozeného z vlastností vodorovného vrhu vypočítejte velikost výtokové rychlosti  $v$ .
11. Proveďte alespoň pět měření při různých hodnotách výšky  $h_1$ .



#### VYPRACOVÁNÍ:

Postavíme-li nádobu na vhodný podstavec tak, aby podélná osa trubičky byla ve výšce  $h_2$  nad vodorovnou deskou stolu, pak vodní paprsek má stejný tvar jako trajektorie, po které by se pohyboval hmotný bod vodorovně vržený určitou počáteční rychlostí.

Tato počáteční rychlost se rovná výtokové rychlosti, pro kterou platí:

$$v = \frac{l}{t}, \text{ kde čas } t \text{ určíme ze vztahu } y = h_2 - \frac{1}{2} g t^2$$

Pro určení doby vodorovného vrhu položíme  $y = 0$

$$h_2 - \frac{1}{2} g t^2 = 0$$

$$h_2 = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t =$$

Po dosazení:

$$v =$$

### TABULKA:

| číslo měření | $l/\text{cm}$ | $h_2/\text{cm}$ | $v/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ |
|--------------|---------------|-----------------|----------------------------------|
| 1            |               |                 |                                  |
| 2            |               |                 |                                  |
| 3            |               |                 |                                  |
| 4            |               |                 |                                  |
| 5            |               |                 |                                  |

Závěr:

### **ZÁVĚR:**

Žáci si vyzkoušeli 3 různé metody, jak můžeme experimentálně určit velikost výtokové rychlosti kapaliny. V závěru laboratorní práce porovnají hodnoty, které vypočítali ze tří různých vztahů při stejné výchozí hodnotě výšky  $h_1$ .

### **SHRNUTÍ:**

Na základě domácí přípravy a tohoto laboratorního cvičení vyřešte následující úkoly a odpovězte na otázky:

1. Jak velkou rychlostí vytéká voda otvorem z válcové nádoby, který je v hloubce 75 cm?
2. Na řece se míjejí dvě lodky velmi blízko sebe. Pozorujeme, že se k sobě přitahují. Vysvětlete.
3. U reálných kapalin a plynů vznikají v důsledku vnitřního tření odporové síly působící proti směru relativního pohybu tělesa v tekutině. Najděte informace o těchto silách.

## SEZNAM ZDROJŮ:

- [01] Svoboda Emanuel a kol.: Přehled středoškolské fyziky, 3. vydání. Prometheus Praha, 1996  
ISBN 80-7196-116-7
- [02] Bartuška Karel: Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy 1. část, 1. vydání. Prometheus Praha, 1997  
ISBN 80-7196-034-9
- [03] Nahodil Josef: Fyzika v běžném životě, 1. vydání. Prometheus Praha, 1996  
ISBN 80-7196-005-5
- [04] Kubínek Roman, Kolářová Hana: Fyzika v příkladech a testových otázkách pro uchazeče o studium na VŠ, 1. vydání. Rubico Olomouc, 1996  
ISBN 80-85839-07-5
- [05] Bednařík Milan, Šířková Miroslava: Mechanika pro gymnázia, 3. vydání. Prometheus Praha, 2000  
ISBN 80-7196-176-0

## METODICKÝ LIST

|                         |  |
|-------------------------|--|
| Název školy             | Gymnázium a Jazyková škola s právem státní jazykové zkoušky Zlín   |
| Autor                   | Mgr. Petr Zezulka  |
| Vzdělávací oblast       | Mechanika kapalin  |
| Vzdělávací obor         | Fyzika   |
| Tematický okruh         | Hydrodynamika kapalin  |
| Druh učebního materiálu | Laboratorní cvičení – žák  |
| Cílová skupina          | Žák, 17 let  |
| Anotace                 | Pracovní list určen do výuky studentům, podklad pro vlastní poznámky/sešit, náplň: Užití Bernoulliho rovnice, rovnice spojitosti toku a vztahů pro vodorovný vrh k určení výtokové rychlosti kapaliny. |