
Sada 1.2 Exponenciální rovnice

Příklad 1.2.1 V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$3^{2x-1} + 3^{2x-2} - 3^{2x-4} = 315$$

Příklad 1.2.2 V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$3^{x+1} + 3^x = 108$$

Příklad 1.2.3 V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$5^x + 1 - 3 \cdot 5^x = -49$$

Příklad 1.2.4 V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$$

Příklad 1.2.5 V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$4 \cdot 3^{x+1} - 72 = 3^{x+2} + 3^{x-1}$$

Příklad 1.2.1 V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$3^{2x-1} + 3^{2x-2} - 3^{2x-4} = 315$$

Řešení:

$$\begin{aligned} 3^{2x-1} + 3^{2x-2} - 3^{2x-4} &= 315 \\ 3^{2x} \cdot 3^{-1} + 3^{2x} \cdot 3^{-2} - 3^{2x} \cdot 3^{-4} &= 315 \\ 3^{2x} \cdot \frac{1}{3} + 3^{2x} \cdot \frac{1}{9} - 3^{2x} \cdot \frac{1}{81} &= 315 \\ 3^{2x} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{81} \right) &= 315 \\ 3^{2x} \cdot \left(\frac{27 + 9 - 1}{81} \right) &= 315 \\ 3^{2x} \cdot \frac{35}{81} &= 315 \\ 3^{2x} \cdot \frac{1}{81} &= 9 \\ 3^{2x} \cdot 3^{-4} &= 3^2 \\ 3^{2x-4} &= 3^2 \\ 2x - 4 &= 2 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Zkouška:

$$L(3) = 3^{2 \cdot 3 - 1} + 3^{2 \cdot 3 - 2} - 3^{2 \cdot 3 - 4} = 3^5 + 3^4 - 3^2 = 243 + 81 - 9 = 315$$

$$P(3) = 315$$

$$L(3) = P(3)$$

Množina řešení:

$$\mathbf{K} = \{3\}$$

Příklad 1.2.2 V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$3^{x+1} + 3^x = 108$$

Řešení:

$$3^{x+1} + 3^x = 108$$

$$3^x \cdot 3 + 3^x = 108$$

$$3^x \cdot (3 + 1) = 108$$

$$3^x \cdot 4 = 108$$

$$3^x = 27$$

$$3^x = 3^3$$

$$x = 3$$

Množina řešení:

$$\mathbf{K} = \{3\}$$

Příklad 1.2.3 V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$5^x + 1 - 3 \cdot 5^x = -49$$

Řešení:

$$\begin{aligned}5^x + 1 - 3 \cdot 5^x &= -49 \\5^x - 3 \cdot 5^x &= -49 - 1 \\5^x - 3 \cdot 5^x &= -50 \\5^x \cdot (1 - 3) &= -50 \\5^x \cdot (-2) &= -50 \\5^x &= 25 \\5^x &= 5^2 \\x &= 2\end{aligned}$$

Množina řešení:

$$\mathbf{K} = \{2\}$$

Příklad 1.2.4 V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$$

Řešení:

$$\begin{aligned} 2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} &= 448 \\ 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x \cdot 2^{-2} + 2^x \cdot 2^{-3} &= 448 \\ 2^x \cdot \frac{1}{2} + 2^x \cdot \frac{1}{4} + 2^x \cdot \frac{1}{8} &= 448 \\ 2^x \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) &= 448 \\ 2^x \cdot \left(\frac{4+2+1}{8} \right) &= 448 \\ 2^x \cdot \frac{7}{8} &= 448 \\ 2^x \cdot \frac{1}{8} &= 64 \\ 2^x \cdot 2^{-3} &= 2^6 \\ x-3 &= 6 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Množina řešení:

$$\mathbf{K} = \{9\}$$

Příklad 1.2.5 V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$4 \cdot 3^{x+1} - 72 = 3^{x+2} + 3^{x-1}$$

Řešení:

$$\begin{aligned} 4 \cdot 3^{x+1} - 72 &= 3^{x+2} + 3^{x-1} \\ 4 \cdot 3^{x+1} - 3^{x+2} - 3^{x-1} &= 72 \\ 4 \cdot 3^x \cdot 3 - 3^x \cdot 3^2 - 3^x \cdot 3^{-1} &= 72 \\ 12 \cdot 3^x - 9 \cdot 3^x - \frac{1}{3} \cdot 3^x &= 72 \\ 3^x \cdot \left(12 - 9 - \frac{1}{3} \right) &= 72 \\ 3^x \cdot \frac{36 - 27 - 1}{3} &= 72 \\ 3^x \cdot \frac{8}{3} &= 72 \\ 3^x \cdot \frac{1}{3} &= 9 \\ 3^x \cdot 3^{-1} &= 3^2 \\ 3^{x-1} &= 3^2 \\ x - 1 &= 2 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Množina řešení:

$$\mathbf{K} = \{3\}$$