

---

## Sada 1.4 Exponenciální rovnice

---

**Příklad 1.4.1** V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$5^{1-x} = 7^{x-1}$$

---

**Příklad 1.4.2** V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$5^{x+1} = 4$$

---

**Příklad 1.4.3** V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$2 \cdot 3^x = 11$$

---

**Příklad 1.4.4** V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$2^{x+1} = 3^{1-x}$$

---

**Příklad 1.4.5** V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$3^x + 2 = 3^{x+2}$$

---

**Příklad 1.4.1** V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$5^{1-x} = 7^{x-1}$$

---

**Řešení:**

$$\begin{aligned}5^{1-x} &= 7^{x-1} \\ \log_{10} 5^{1-x} &= \log_{10} 7^{x-1} \\ (1-x) \cdot \log_{10} 5 &= (x-1) \cdot \log_{10} 7 \\ \log 5 - x \cdot \log 5 &= x \cdot \log 7 - \log 7 \\ \log 5 + \log 7 &= x \cdot \log 7 + x \cdot \log 5 \\ \log 5 + \log 7 &= x \cdot (\log 7 + \log 5) \\ x &= \frac{\log 5 + \log 7}{\log 7 + \log 5} \\ x &= \frac{\log 35}{\log 35} \\ x &= 1\end{aligned}$$

*Zkouška:*

$$\begin{aligned}L(1) &= 5^{1-1} = 5^0 = 1 \\ P(1) &= 7^{1-1} = 7^0 = 1 \\ L(1) &= P(1)\end{aligned}$$

*Množina řešení:*

$$\mathbf{K} = \{1\}$$

**Příklad 1.4.2** V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$5^{x+1} = 4$$

---

**Řešení:**

$$\begin{aligned}5^{x+1} &= 4 \\ \log_{10} 5^{x+1} &= \log_{10} 4 \\ (x+1) \cdot \log_{10} 5 &= \log_{10} 4 \\ x \cdot \log 5 + \log 5 &= \log 4 \\ x \cdot \log 5 &= \log 4 - \log 5 \\ x &= \frac{\log 4 - \log 5}{\log 5} \\ x &= \frac{\log \frac{4}{5}}{\log 5}\end{aligned}$$

*Množina řešení:*

$$\mathbf{K} = \left\{ \frac{\log \frac{4}{5}}{\log 5} \right\}$$

**Příklad 1.4.3** V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$2 \cdot 3^x = 11$$

---

**Řešení:**

$$\begin{aligned} 2 \cdot 3^x &= 11 \\ 3^x &= \frac{11}{2} \\ \log 3^x &= \log \frac{11}{2} \\ x \cdot \log 3 &= \log 11 - \log 2 \\ x &= \frac{\log 11 - \log 2}{\log 3} \\ x &= \frac{\log \frac{11}{2}}{\log 3} \end{aligned}$$

*Množina řešení:*

$$\mathbf{K} = \left\{ \frac{\log \frac{11}{2}}{\log 3} \right\}$$

**Příklad 1.4.4** V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$2^{x+1} = 3^{1-x}$$

---

**Řešení:**

$$\begin{aligned}2^{x+1} &= 3^{1-x} \\ \log 2^{x+1} &= \log 3^{1-x} \\ (x+1) \cdot \log 2 &= (1-x) \cdot \log 3 \\ x \cdot \log 2 + \log 2 &= \log 3 - x \cdot \log 3 \\ x \cdot \log 2 + x \cdot \log 3 &= \log 3 - \log 2 \\ x \cdot (\log 2 + \log 3) &= \log 3 - \log 2 \\ x &= \frac{\log 3 - \log 2}{\log 2 + \log 3} \\ x &= \frac{\log \frac{3}{2}}{\log 2 \cdot 3} \\ x &= \frac{\log \frac{3}{2}}{\log 6}\end{aligned}$$

*Množina řešení:*

$$\mathbf{K} = \left\{ \frac{\log \frac{3}{2}}{\log 6} \right\}$$

**Příklad 1.4.5** V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$3^x + 2 = 3^{x+2}$$

---

**Řešení:**

$$\begin{aligned} 3^x + 2 &= 3^{x+2} \\ 3^x + 2 &= 3^x \cdot 3^2 \\ 3^x + 2 &= 3^x \cdot 9 \\ 2 &= 9 \cdot 3^x - 3^x \\ 2 &= 3^x \cdot (9 - 1) \\ 2 &= 3^x \cdot 8 \\ 3^x &= \frac{1}{4} \\ 3^x &= 2^{-2} \\ \log 3^x &= \log 2^{-2} \\ x \cdot \log 3 &= -2 \cdot \log 2 \\ x &= -\frac{2 \cdot \log 2}{\log 3} \end{aligned}$$

*Množina řešení:*

$$\mathbf{K} = \left\{ -\frac{2 \cdot \log 2}{\log 3} \right\}$$