

---

## Sada 4.1 Logaritmické nerovnice

---

**Příklad 4.1.1** V oboru reálných čísel řešte nerovnici:

$$\log_5(2x + 3) \leq 1$$

**Řešení:**

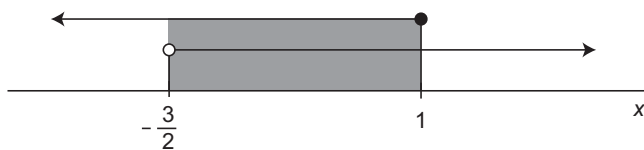
*Definiční obor:*

$$\begin{aligned}2x + 3 &> 0 \\2x &> -3 \\x &> -\frac{3}{2}\end{aligned}$$

$$\mathbf{D} = \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

*Řešení:*

$$\begin{aligned}\log_5(2x + 3) &\leq 1 \\2x + 3 &\leq 5^1 \\2x &\leq 5 - 3 \\x &\leq 1 \\x &\in (-\infty; 1) \cap \mathbf{D} \\x &\in (-\infty; 1) \cap \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right) \\x &\in \left(-\frac{3}{2}; 1\right)\end{aligned}$$



*Ověření:*

$$\begin{aligned}L(-1) &= \log_5(2 \cdot (-1) + 3) = \log_5 1 = 0 \\P(-1) &= 1 \\L(-1) &< P(-1)\end{aligned}$$

*Množina řešení:*

$$\mathbf{K} = \left(-\frac{3}{2}; 1\right]$$

**Příklad 4.1.2** V oboru reálných čísel řešte nerovnici:

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+3) \leq 0$$

**Řešení:**

*Definiční obor:*

$$\begin{aligned}x+3 &> 0 \\x &> -3\end{aligned}$$

$$\mathbf{D} = (-3; +\infty)$$

*Řešení:*

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+3) \leq 0$$

$$x+3 \geq \left(\frac{1}{2}\right)^0$$

$$x+3 \geq 1$$

$$x \geq -2$$

$$x \in \langle -2; +\infty \rangle \cap \mathbf{D}$$

$$x \in \langle -2; +\infty \rangle \cap (-3; +\infty)$$

$$x \in \langle -2; +\infty \rangle$$



*Množina řešení:*

$$\mathbf{K} = \langle -2; +\infty \rangle$$

**Příklad 4.1.3** V oboru reálných čísel řešte nerovnici:

$$\log_{\frac{3}{8}}(4x^2 + 4x) > 0$$

**Řešení:**

Definiční obor:

$$\begin{aligned} 4x^2 + 4x &> 0 \\ x^2 + x &> 0 \\ x \cdot (x + 1) &> 0 \\ \text{Nulové body: } x_1 &= 0 \\ x_2 &= -1 \end{aligned}$$

$$\mathbf{D} = (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$$

Řešení:

$$\log_{\frac{3}{8}}(4x^2 + 4x) > 0$$

$$4x^2 + 4x < \left(\frac{3}{8}\right)^0$$

$$4x^2 + 4x < 1$$

$$4x^2 + 4x - 1 < 0$$

$$\text{Výpočet diskriminantu: } D = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 36$$

$$\text{Nulové body: } x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 4} = \frac{-4 \pm 6}{8}$$

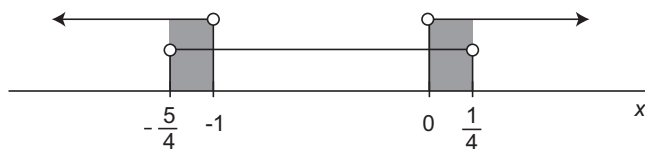
$$x_1 = \frac{1}{4}$$

$$x_2 = -\frac{5}{4}$$

$$x \in \left(-\frac{5}{4}; \frac{1}{4}\right) \cap \mathbf{D}$$

$$x \in \left(-\frac{5}{4}; \frac{1}{4}\right) \cap [(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)]$$

$$x \in \left(-\frac{5}{4}; -1\right) \cup \left(0; \frac{1}{4}\right)$$



Množina řešení:

$$\mathbf{K} = \left(-\frac{5}{4}; -1\right) \cup \left(0; \frac{1}{4}\right)$$

**Příklad 4.1.4** V oboru reálných čísel řešte nerovnici:

$$\log_4(x - 2) > \log_4 4$$

---

**Řešení:**

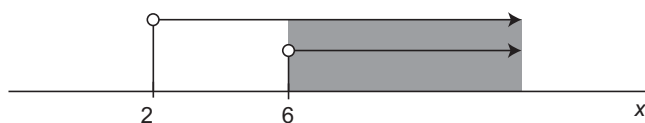
*Definiční obor:*

$$\begin{aligned}x - 2 &> 0 \\x &> 2\end{aligned}$$

$$\mathbf{D} = (2; +\infty)$$

*Řešení:*

$$\begin{aligned}\log_4(x - 2) &> \log_4 4 \\x - 2 &> 4 \\x &> 6 \\x &\in (6; +\infty) \cap \mathbf{D} \\x &\in (6; +\infty) \cap (2; +\infty) \\x &\in (6; +\infty)\end{aligned}$$



*Množina řešení:*

$$\mathbf{K} = (6; +\infty)$$

**Příklad 4.1.5** V oboru reálných čísel řešte nerovnici:

$$\log_{\frac{1}{5}}(x+4) \leq \log_{\frac{1}{5}}(5x-4)$$

**Řešení:**

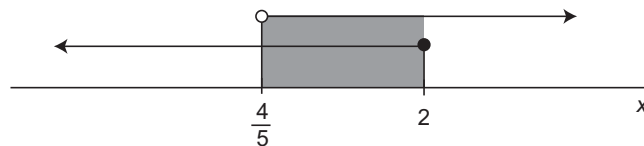
*Definiční obor:*

$$\begin{array}{l} x+4 > 0 \quad \wedge \quad 5x-4 > 0 \\ x > -4 \quad \quad \quad x > \frac{4}{5} \end{array}$$

$$\mathbf{D} = \left(\frac{4}{5}; +\infty\right)$$

*Řešení:*

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{5}}(x+4) &\leq \log_{\frac{1}{5}}(5x-4) \\ (x+4) &\geq (5x-4) \\ -4x &\geq -8 \\ x &\leq 2 \\ x &\in (-\infty; 2) \cap \mathbf{D} \\ x &\in (-\infty; 2) \cap \left(\frac{4}{5}; +\infty\right) \\ x &\in \left(\frac{4}{5}; 2\right) \end{aligned}$$



*Množina řešení:*

$$\mathbf{K} = \left(\frac{4}{5}; 2\right)$$