

**45** V geometrické posloupnosti s kvocientem  $q = 2$  vypočítejte, kolik členů dává součet 186, jestliže poslední sčítanec je  $a_n = 96$ .

**46** V geometrické posloupnosti platí  $s_6 = 9s_3$ . Určete  $a_1, q$ .

**47** Součet prvních deseti členů aritmetické posloupnosti je 210, součet následujících deseti členů této posloupnosti je 610. Určete  $a_1, d$ .

**48** Součet prvních tří členů geometrické posloupnosti je 38, součet následujících tří členů této posloupnosti je  $\frac{304}{27}$ . Vypočítejte  $a_1, q, s_6$ .

**49** Určete několik reálných čísel větších než 2 a menších než 42 tak, aby s danými čísly tvořila aritmetickou posloupnost a dále aby platilo:

- a) celkový součet čísel původních i vložených je 88
- b) součet čísel vložených je 88

**50** Mezi čísla 16 a 81 dejte několik čísel tak, aby s danými čísly tvořila geometrickou posloupnost a dále aby platilo:

- a) celkový součet čísel původních i vložených je 211
- b) součet čísel vložených je -42

**51** Řešte rovnice s neznámou  $x \in \mathbb{N}$ :

- a)  $4 + 6 + 8 + \dots + x = 270$
- b)  $1 + 6 + 11 + 16 + 21 + \dots + x = 970$
- c)  $5 + 6 + 15 + 16 + 25 + 26 + \dots + x = 1221$
- d)  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^x = 1023$
- e)  $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \dots + \frac{x}{1024} = 8188$
- f)  $x + 2x + 3x + 4x + \dots + 50x = 2550$

**52** Řešte nerovnice s neznámou  $x \in \mathbb{N}$ :

- a)  $3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 3x \geq 999$
- b)  $15 + 10 + 5 + 0 - 5 - \dots - x \leq -100$
- c)  $2 + 20 + \dots + 2 \cdot 10^x < 10^6$
- d)  $\frac{x^2}{1} + \frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{9} + \dots + \frac{x^2}{3^{10}} \geq 54321$

**53** Řešte soustavy nerovnic s neznámou  $x \in \mathbb{N}$ :

- a)  $500 \leq 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + x \leq 1000$
- b)  $0,9 < \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^x} < 1$

## 9.4 Zápisy pomocí $\Sigma$

**54** Zapište pomocí sumy:

- a)  $5 + 7 + 9 + 11 + \dots + 27$
- b)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{64}$
- c)  $-2 - 5 - 8 - 11 - \dots - 56$
- d)  $-1 + 2 - 4 + 8 - 16 + \dots - 1024$

**55** Danou sumu rozepište pomocí součtu a součet vypočítejte.

- a)  $\sum_{i=1}^{16} i$
- b)  $\sum_{n=2}^{18} (4n - 5)$
- c)  $\sum_{k=20}^{30} 2k$

**56** Dokažte:

- a)  $\sum_{i=16}^{40} (i + 4) = -20 + \sum_{j=1}^{40} j$
- b)  $\sum_{i=1}^{24} (3i + 1) = \sum_{k=6}^{26} (3k - 4)$

**57** Vypočítejte:

- a)  $\left( \sum_{i=1}^{20} i \cdot 2 \right)^2 + \sum_{i=1}^{20} i \cdot 2^2$
- b)  $\sqrt{\sum_{i=3}^{10} 13i} + \sum_{i=5}^{10} \sqrt{2^i}$

**58** V úlohách a), b), e), f) řešte rovnice s neznámou  $x \in \mathbb{N}$ , v úlohách c), d) řešte rovnice s neznámou  $x \in \mathbb{R}$ :

- a)  $\sum_{i=1}^x i = 1275$
- b)  $\sum_{i=1}^x (2i + 3) = 2496$
- c)  $\sum_{i=1}^{200} (x + i) = 10100$
- d)  $\sum_{i=3}^{50} x \cdot i = 55x + 605$
- e)  $\sum_{i=1}^x \left( \frac{1}{2} \right)^i = \frac{511}{512}$
- f)  $\sum_{i=1}^5 2^{x-i} = 2^{2x-10} - 2^{x-5}$

## 9.5 Užití geometrické posloupnosti

**59** Počátkem roku uložil pan Novák do banky 50 000 Kč. Vklad je úročen 8 % ročně.

- a) Kolik korun bude mít na vkladovém účtu za jeden rok? (Daň z úroků neuvažujte.)
- b) Kolik korun bude mít k dispozici za jeden rok, bude-li mu odečtena daň z úroků ve výši 15 %?
- c) Kolik korun bude mít na účtu po 4 letech? (Daň z úroků neuvažujte.)
- d) Kolik korun bude mít na účtu po 4 letech, jestliže na konci každého roku mu bude odečtena daň z úroků ve výši 15 %?

**60** Za pět let se počet obyvatel ve městě X zvýšil o 12 %. Jaký byl roční přírůstek? (Počítejte s přesností na desetiny.)

**61** Za kolik let klesne hodnota předmětu na méně než desetinu původní ceny, jestliže ročně odepisujeme 18 % ceny předmětu z předchozího roku?

**62** Při průchodu skleněnou deskou ztrácí světlo 5 % své intenzity. Kolik desek je třeba dát na sebe, aby se intenzita světla snížila alespoň na polovinu původní hodnoty?

**63** Kolik peněz musí pan Dvořák uložit, aby při ročním úročení 8,5 % měl za pět let 25 000 Kč? (Daně z úroků jsou 15 %.)

**64** Pan Novotný pravidelně počátkem roku uloží 10 000 Kč do banky na roční úrok 9 %. Kolik peněz bude mít k dispozici za pět let?

- a) Daně z úroků neuvažujeme.
- b) Počítejte daň z úroků ve výši 15 %.

**65** Kůňák prokoupí ročně 1 200 Kč. Kolik by uspořil za 50 let, kdyby tuto částku vždy počátkem roku ukládal na vkladní knížku při ročním úročení 8 %? (Počítejte daň z úroků ve výši 15 %.)



### 15.11 Vzdálenost bodu od přímky v prostoru

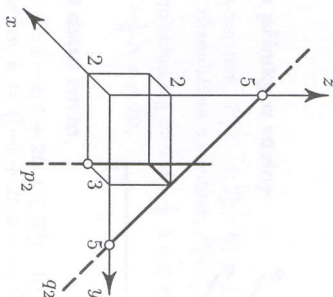
- 60 a)  $|Ap| = \sqrt{3}$ ; b)  $|Ap| = 6$ ; c)  $|Ap| = 0$ ,  $A \in p$ ; d)  $|Ap| = 2$ . 61  $|va| = 3\sqrt{2}$ .  
 62  $X[3 \pm \sqrt{6}; 0; 0]$ . 63  $M_1[-1; 2; -3]$ ,  $M_2[\frac{17}{3}; 2; \frac{11}{3}]$ . 64  $\frac{1}{2}\sqrt{14}$ .  
 65  $M_1[6; -3; 4]$ ,  $M_2[-2; 5; 4]$ .

### 15.12 Vzdálenost bodu od roviny

- 66  $|A\varrho| = 2$ . 67  $Z_1[0; 0; -16]$ ,  $Z_2[0; 0; 14]$ . 68  $2\sqrt{2}$ . 69  $|\varrho\sigma| = \frac{3}{2}$ . 70  $M_1[1; 4; 6]$ ,  
 $M_2[25; 28; 102]$ . 71  $M_1[10; -1; 7]$ ,  $M_2[-18; 6; -7]$ . 72  $z_M = 13$ ,  $z_M = -17$ .

### 15.13 Vzdálenost mimoběžek

- 73 a)  $|p_1q_1| = \sqrt{3}$ ; b)  $|p_2q_2| = 2$ .



K řešení úlohy 73b

### 15.14 Souměrnosti v prostoru

- 74  $A'[-17; 5; 6]$ . 75  $A'[0; 11; -2]$ . 76  $C'[0; -1; 0]$ . 77  $M'[-3; 8; 6]$ .  
 78 a)  $p' = \{-2 - 2t; -1 - t; -3 + 2t\}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ; b)  $p' = \{6 - 2t; -3 - t; 3 + 2t\}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .  
 79 a)  $p' = \{1 - 13t; -1 + 11t; 3 - 2t\}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ; b)  $p' = \{4 + t; -7 - 2t; t\}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ;  
 c)  $p' = \{5 + t; -9 + 2t; -1 + t\}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ . 80  $\varrho': x - 2y + z + 4 = 0$ ;  $\sigma_1: 3x - 3y + 2z + 4 = 0$ .  
 81 Bod odrazu je  $[3; 2; 6]$ .

### 15.15 Další úlohy

- 82  $|AB| = |BC| = |CD| = |AD| = 3$ ,  $AB \perp BC \wedge AB \perp AD$ , body  $A, B, C, D$  leží v jedné rovině. 83 Body  $K, L, M, N$  neleží v jedné rovině. 84  $CD \parallel AB \wedge |AB| = 2|CD|$ .  
 85  $\triangle KLM$  je pravouhlý, pravý úhel je u vrcholu  $K$ ,  $X[0; 1; -2]$ . 86  $m = 3$ .

### 15.16 Úlohy na tělesech

- 87  $X_1 \in \leftrightarrow AE$ ,  $|AX_1| = 5\frac{2}{3}$ ,  $X_2 \in AB$ ,  $|X_2B| = \frac{1}{2}$ ,  $X_3 \in CG$ ,  $|CX_3| = 2\frac{2}{3}$ .  
 88  $X_1 \in AV$ ,  $|AX_1| = \frac{1}{2}\sqrt{11}$ ,  $X_2 \in \leftrightarrow VB$ ,  $|BX_2| = \frac{3}{5}\sqrt{11}$ ,  $X_3 \in CV$ ,  $|CX_3| = \frac{9}{11}\sqrt{11}$ .  
 89  $|P_1P_2| = \frac{1}{3}\sqrt{29}$ . 90  $|ST| = \frac{1}{3}\sqrt{67}$ . 91 a) Přímka  $AG$  je rovnoběžná s rovinou  $KLM$ ; b)  $|DP| : |PF| = 5 : 3$ , kde  $P \in FD \cap \leftrightarrow KLM$ . 92  $X$  leží tak, že  $S_1$  je střed úsečky  $XS_2$ . 93  $\frac{2}{3}\sqrt{145}$ . 94  $3\sqrt{2}$ . 95  $\frac{2}{3}\sqrt{6}$ .  
 96 a)  $\varphi = 78^\circ 54'$ ; b)  $\varphi = 15^\circ 48'$ ; c)  $\varphi = 45^\circ$ .  
 97 a)  $v = \frac{9}{17}\sqrt{34}$ ; b)  $\varphi = 69^\circ 46'$ ; c)  $\varphi = 18^\circ 04'$ ; d)  $\varphi = 46^\circ 41'$ .

- 98 a)  $\varphi = 90^\circ$ ; b)  $\varphi = 90^\circ$ ; c)  $\varphi = 70^\circ 32'$ . 99  $v = \frac{2}{3}\sqrt{6}$ . 100  $v = \frac{3}{2}\sqrt{10}$ .

## 16 Kuželosečky

### 16.1 Kružnice

- 1 a)  $S[0; 0]$ ,  $r = 3$ ; b)  $S[1; 0]$ ,  $r = 4$ ; c)  $S[-2; 3]$ ,  $r = \sqrt{2}$ . 2  $x^2 + y^2 = 2$ .  
 3  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ ,  $P_{x1,2}[2 \pm 2\sqrt{6}; 0]$ ,  $P_{y1,2}[0; 1 \pm \sqrt{21}]$ . 4  $(x - 1)^2 + (y - 6)^2 = 5$ .  
 5 a)  $(x + 1)^2 + y^2 = 20$ ; b)  $x^2 + (y + \frac{1}{3})^2 = \frac{130}{9}$ ; c)  $(x + \frac{1}{4})^2 + (y + \frac{1}{4})^2 = \frac{125}{8}$ ;  
 d)  $(x - \frac{1}{3})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{25}{2}$ ; e)  $(x + 7)^2 + (y - 2)^2 = 100$ ;  
 f) nekonečné mnoho řešení  $(x + 3b + 1)^2 + (y - b)^2 = 10b^2 + 20b + 20$ .  
 6  $x^2 + (y - 1)^2 = 10$ . 7 a)  $(x + \frac{3}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{25}{2}$ ,  $S[-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}]$ ,  $r = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ ;  
 b)  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 20$ ,  $S[2; 4]$ ,  $r = 2\sqrt{5}$ . 10  $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$ .  
 8  $(x + 5)^2 + (y - 4)^2 = 25$ . 9  $(x - \frac{13}{3})^2 + (y + 4)^2 = \frac{169}{9}$ .  
 11  $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25$ ,  $(x - 5)^2 + (y + 29)^2 = 25$ . 13  $(x + 5)^2 + (y - 4)^2 = 36$ .  
 12  $(x - 7)^2 + y^2 = 20$ ,  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 20$ . 15  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ ,  
 14  $(x - 9)^2 + (y - 10)^2 = 100$ ,  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ .  
 16  $(x + \frac{3}{2})^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$ .  
 17  $(x - 15)^2 + (y + 15)^2 = 225$ ,  $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$ . 18  $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 1$ ,  
 $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ . 19  $(x - 13)^2 + (y + 14)^2 = 225$ ,  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ .  
 20  $(x + \frac{1}{3})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{4}{25}$ . 21  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 8$ ,  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 8$ .  
 22  $(x - \frac{5}{2})^2 + (y - \frac{9}{2})^2 = \frac{25}{2}$ ,  $(x - 1)^2 + y^2 = 2$ . 23  $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 1$ .  
 24  $(x + \frac{5}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{25}{2}$ ,  $(x + \frac{9}{2})^2 + (y - \frac{5}{2})^2 = \frac{1}{2}$ . 25 a)  $(x + 2)^2 + (y - 11)^2 = 9$ ;  
 b)  $(x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 9$ ; c)  $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = \frac{9}{4}$ ; d)  $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9$ .

### 16.2 Elipsa

- 26 a)  $S[0; 0]$ ,  $a = 3$ ,  $b = 2$ ,  $e = \sqrt{5}$ ,  $F_{1,2}[\pm\sqrt{5}; 0]$ ;  
 b)  $S[0; 0]$ ,  $a = 10$ ,  $b = 2$ ,  $e = 4\sqrt{6}$ ,  $F_{1,2}[0; \pm 4\sqrt{6}]$ ;  
 c)  $S[1; -3]$ ,  $a = 1$ ,  $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $F_{1,2}[1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; -3]$ .  
 27  $\frac{x^2}{25} + \frac{(y - 2)^2}{16} = 1$ . 28  $\frac{(x - 1)^2}{9} + \frac{(y - 4)^2}{25} = 1$ . 29  $\frac{(x - 4)^2}{9} + \frac{(y - 1)^2}{8} = 1$ .  
 30  $\frac{(x + 2)^2}{9} + \frac{(y - 2)^2}{25} = 1$ . 31  $\frac{(x - 6)^2}{25} + \frac{(y + 2)^2}{16} = 1$ . 32  $\frac{(x + \frac{1}{2})^2}{\frac{4}{9}} + \frac{(y + 1)^2}{\frac{25}{4}} = 1$ .  
 33 a)  $\frac{(x - 4)^2}{16} + \frac{(y + 2)^2}{4} = 1$ ; b)  $\frac{(x + 1)^2}{1} + \frac{(y - 3)^2}{9} = 1$ . 34  $\frac{(x + 4)^2}{16} + \frac{(y + 3)^2}{9} = 1$ .  
 35  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ . 36  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{32} = 1$ . 37  $\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{25} = 1$ .  
 38  $\frac{(x + 3)^2}{400} + \frac{(y - 1)^2}{100} = 1$ . 39  $\frac{(x + 2)^2}{9} + \frac{(y - 3)^2}{9} = 1$ . 40  $\frac{(x - 2)^2}{8} + \frac{(y - 1)^2}{2} = 1$ .

### 16.3 Hyperbola

- 41 a)  $S[0; 0]$ ,  $a = 3$ ,  $b = 2$ ,  $e = \sqrt{13}$ ,  $F_{1,2}[\pm\sqrt{13}; 0]$ ,  $y = \pm\frac{3}{2}x$ ;  
 b)  $S[0; 0]$ ,  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $e = \sqrt{13}$ ,  $F_{1,2}[\pm\sqrt{13}; 0]$ ,  $y = \pm\frac{3}{2}x$ ;  
 c)  $S[0; 0]$ ,  $a = 3$ ,  $b = 2$ ,  $e = \sqrt{13}$ ,  $F_{1,2}[0; \pm\sqrt{13}]$ ,  $y = \pm\frac{3}{2}x$ ;  
 d)  $S[0; 0]$ ,  $a = 2$ ,  $b = 2$ ,  $e = 2\sqrt{2}$ ,  $F_{1,2}[\pm 2\sqrt{2}; 0]$ ,  $y = \pm x$ ;  
 e)  $S[1; -2]$ ,  $a = 4$ ,  $b = 2$ ,  $e = 2\sqrt{5}$ ,  $F_{1,2}[1 \pm 2\sqrt{5}; -2]$ ,  $y + 2 = \pm\frac{1}{2}(x - 1)$ ;  
 f)  $S[0; 3]$ ,  $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $b = 1$ ,  $e = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ,  $F_{1,2}[\pm\frac{\sqrt{6}}{2}; 3]$ ,  $y - 3 = \pm\sqrt{2}x$ .  
 42  $\frac{(x - 8)^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ . 43  $\frac{(x - 6)^2}{9} - \frac{(y - 1)^2}{16} = 1$ . 44  $\frac{(x - 2)^2}{4} - \frac{(y - 1)^2}{12} = 1$ .